НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

КЫРГЫЗСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

им. Ж. БАЛАСАГЫНА

Диссертационный совет Д 01.17.560

На правах рукописи

УДК 517.9

КЫДЫРАЛИЕВ ТОРОГЕЛДИ РАИМЖАНОВИЧ

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РЕШЕНИЙ В АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ И ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

01.01.02-дифференциальные уравнения,

динамические системы и оптимальное управление

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Бишкек – 2019

Работа выполнена в Институте математики НАН Кыргызской Республики

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор **Байзаков Асан Байзакович**
(зав.лаб., ИМ НАН КР).

Официальные оппоненты: доктор физико- математических наук,
профессор **Асанов Авыт**
(профессор КТУ Манас);
кандидат физико-математических наук,
доцент **Белеков Кенжебек Жолдошевич**
(доцент КРСУ).

Ведущая организация: Ошский государственный университет,
Адрес: г. Ош, ул. Ленина 331.

Защита диссертации состоится 5 марта 2019г. в 14^{00} часов на заседании диссертационного совета Д 01. 17. 560 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора (кандидата) физико-математических наук при Институте математики НАН Кыргызской Республики и Кыргызском Национальном университете им. Ж. Баласагына по адресу: Кыргызстан, 720071, г. Бишкек , проспект Чуй, 265-а, аудитория 374.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библиотеке Кыргызстан, 720071, г. Бишкек , проспект Чуй, 265-а, НАН КР и на сайте ИМ НАН КР www.math.aknet.kg, на сайте КНУ им. Ж. Баласагына www.nauka.knu.kg

Адрес: Кыргызская Республика, 720071, г. Бишкек, проспект Чуй, 265-а.

Автореферат разослан «04» февраля 2019 г.

И.о. ученого секретаря
диссертационного совета
д.ф.-м.н., профессор Искандаров С.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Из анализа опубликованных статей следует, что многие актуальные проблемы теории нелинейных ДУ в ЧП (ИДУ в ЧП), ИУВ и ИДУВ все еще являются не рассмотренными. В некоторых задачах, возникающих в теории нелинейных динамических систем, безусловно актуальными, и для теории, и для приложений, являются задачи: разрешимость и структура решений задачи Коши ДУ в ЧП (ИДУ в ЧП); исследование исчезающих решений интегральных уравнений Вольтерра с особенностями.

Связь темы диссертации с крупными научными программами (проектами) и основными научно-исследовательскими работами. Работа проделана в рамках проектов по Институту математики НАН КР:

«Развитие и приложения компьютерного моделирования, асимптотических и аналитических методов в теории динамических систем, обратных и оптимизациоинных экономических задач и в анализе геофизических данных для оперативного прогноза землетресений» (2012-2014гг), № госрегистрации 0005756.

Итоги работы добавлены в заключительные и промежуточные отчеты по этим проектам.

Цель и задачи исследования. Данная диссертационная работа присоединяется к исследованиям Я.Горна, Э.И.Грудо, Н.А.Магницкого, Я.В.Быкова, М.Иманалиева, К.Алымкулова, П.С.Панкова, К.Какишова, А.Асанова, Т.М.Иманалиева, А.Б.Байзакова. Она предназначена применению метода преобразования решений в асимптотической теории нелинейных дифференциальных и интегральных уравнений и поставлена цель:

- исследовать разрешимость и структуры решений задачи Коши новых классов нелинейных ДУ в ЧП (ИДУ в ЧП);
- получение структуры и асимптотическая устойчивость решений систем дифференциальных уравнений типа Коши;
- нахождение асимптотической и аналитической структуры исчезающего решения ИУВ, ИДУВ;

Научная новизна работы.

- установлена разрешимость и структура решений задачи Коши для нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с комплексными параметрами;
- найдены достаточные условия разрешимости задачи Коши сингулярно–возмущенных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных с точкой поворота;
- разрешимости и структуры решений задачи Коши для интегро-дифференциальных уравнений в частных производных;
- исследована структура и асимптотическая устойчивость решений систем дифференциальных уравнений типа Коши;

- получена асимптотика исчезающего решения линейного интегрального уравнения Вольтерра;

- построена новый класс асимптотики для нелинейных интегральных уравнений Вольтерра

Практическая значимость полученных результатов. Извлеченные научные итоги являются новыми в теории нелинейных дифференциальных и интегральных уравнений. Диссертация имеет теоретический характер. Итоги диссертации могут использоваться для выявления других конкретных результатов в других разделах теории нелинейных ИУВ, ИДУВ а также в приложениях динамических систем; в научных исследованиях ИМ НАН КР, КНУ им.Ж.Баласагына, КРСУ им. Б.Ельцина, КТУ им. «Манас» и при формировании спецкурсов для математических специальностей Вузов КР.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту. На защиту выносятся следующие положения:

1. Была выявлена разрешимость и структура решений задачи Коши для нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с комплексными параметрами;
2. Найдены достаточные условия разрешимости задачи Коши сингулярно–возмущенных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных с точкой поворота;
3. Получена разрешимости и структуры решений задачи Коши для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных высших порядков;
4. Исследована структура и асимптотическая устойчивость решений систем дифференциальных уравнений типа Коши.
5. Получена асимптотика исчезающего решения линейного интегрального уравнения Вольтерра;
6. Построено асимптотическое поведение решений нового класса нелинейных интегральных уравнений Вольтерра;

Личный вклад соискателя. Все результаты диссертации получены лично соискателем. Задачи исследования были поставлены научным руководителем.

Апробация результатов исследований. В нижеследующих семинарах были доложены и обсуждены результаты данной диссертации:Института математики НАН КР, кафедры дифференциальных уравнений факультета Математики, информатики и кибернетики КНУ им. Ж. Баласагына и на следующих конференциях: II Международной научной конференции «Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений», посвященная 20-летию образования Кыргызско-Российского Славянского Университета и 100-летию основателя математической школы в Кыргызстане профессора Я. В. Быкова, Бишкек, 2013г., Всемирный V Конгресс математиков тюркского мира, Иссык Куль, Аврора, 2014г., Международный Иссык-Кульский математический форум, Иссык Куль, Аврора, 2015г., Всемирный VI Конгресс математиков тюркского мира, г. Астана, 2017г., Международной научной конференции «IIБорубаевские чтения, г.Бишкек, 2018г.

Полнота отражения результатов диссертации в публикациях. Основное содержание диссертации были опубликованы в 9 статьях: [1,3,7,10-13,15-16] и в 7 тезисах докладов [2,4-6,8,9,14].

В совместных работах постановка задач принадлежит научному руководителю, полученные основные результаты и оценки - соискателю.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, трех глав, разбитых на параграфы, заключения, списка литературы, содержащего 96 наименований. Объем текста 98 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе приведены необходимые сведения и определения, обзор результатов: по теории существования решений задачи Коши ДУ в ЧП (ИДУ в ЧП); аналитической и асимптотической теории нелинейных ИУВ с особыми точками.

Во второй главе диссертации изучены разрешимость решений задачи Коши ДУ и ИДУ.

В §2.1. изучена разрешимость и структура решений задачи Коши для нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с комплексными параметрами:

$$\left(u_{tt}+u_{xx}+2u_{xy}+u_{yy}\right)+\alpha\left(u_t+i(u_x+u_y)\right)=f(t,x,y,u), \tag{2.1.1}$$

где

$$i=\sqrt{-1},$$

с начальными условиями

$$u(0,x)=\varphi(x,y), \tag{2.1.2}$$

$$u_t(0,x,y)+u_x(0,x,y)+u_y(0,x,y)=\psi(x,y). \tag{2.1.3}$$

Обозначим

$$u_t+i(u_x+u_y)\equiv z(t,x,y) \tag{2.1.4}$$

Составим разность

$$z_t-i(z_x+z_y)=u_{tt}+u_{xx}+u_{yy}+2uxy \tag{2.1.5}$$

С учетом (2.1.4) и (2.1.5) уравнение (2.1.1) запишем в виде

$$z_t-i(z_x+z_y)+\alpha z=f(t,x,y,u) \tag{2.1.6}$$

Решение уравнения (2.1.6) находится по формуле

$$\begin{gathered}z(t,x,y)=e^{-\alpha t}\psi(x+it,y+it)+\\+\int_0^t e^{-\alpha(t-s)}f(s,x+i(t-s),y+i(t-s),u(s,x+i(t-s),y+i(t-s))ds.\end{gathered} \tag{2.1.7}$$

УСЛОВИЕ(L). Допустим, что

$$Q=\left\{u(t,x,y):u(t,x,y)\in\bar{C}^{(2,2,2)}\left(G_{T_0}\times C\times C\right)\cap\|u\|\le h\right\}.$$

Искомое решение начальной задачи (2.1.1)-(2.1.3) представим в виде

$$u(t,x,y)=\varphi(x-it,y-it)+\int_0^t z\left(\rho,x-i(t-\rho),y+i(t-\rho)\right)d\rho\,. \qquad (2.1.11)$$

Теорема 2.1.1. Пусть выполнено условие (L). Тогда начальная задача (2.1.1)-(2.1.3) имеет решение

$$u(t,x,y)\in\bar{C}^{(2,2,2)}\left(G_{T_0}\times C\times C\right),$$

которое имеет интегральное представление в виде (2.1.11).

В II. изучена разрешимость задачи Коши для нелинейных ДУ в ЧП второго порядка

$$u_{tt}(t,x,y)+2(u_{tx}(t,x,y)+u_{ty}(t,x,y))+u_{xx}(t,x,y)+2u_{xy}(t,x,y)+u_{yy}(t,x,y)+$$
$$+u_t(t,x,y)+u_x(t,x,y)+u_y(t,x,y)=f(t,x,y,u(t,x,y)) \qquad (2.1.20)$$

с начальными условиями

$$u(0,x,y)=\varphi(x,y), \qquad (2.1.21)$$
$$u_t(0,x,y)=\psi(x,y)\,. \qquad (2.1.22)$$

УСЛОВИЕ (T). Пусть $\varphi(x,y),\ \psi(x,y)\in\bar{C}^2(R\times R)$ и
$f(t,x,u)\in Lip\left(L_u\right)\cap\bar{C}^{(1,1)}\left([0,T]\times R\times R\times R\right)$,
$LT_0<1, T_0<T_0$.

Докажем, что при условие (T) решение задачи (2.2.1)-(2.2.3) можно получить из нелинейного интегрального уравнения Вольтерра вида

$$u(t,x,y)=\varphi(x-t,y-t)+\int_0^t e^{-s}\eta(x-t,y-t)ds+$$
$$+\int_0^t\int_0^s e^{-(s-\rho)}f(\rho,x-t+\rho,y-t+\rho,u(\rho,x-t+\rho,y-t+\rho))d\rho d\rho\equiv Pu. \qquad (2.1.23)$$

Теорема 2.1.2. Если выполнено условие (T), то начальная задача (2.1.20)-(2.1.22) имеет единственное решение $u(t,x,y)\in\bar{C}^{(2,2,2)}\left([0,T_0]\times R\times R\right)$, которое имеет интегральное представление вида (2.1.23).

III. Далее, рассмотрим задачу Коши для систем уравнений

$$u_t(t,x,y)+u_x(t,x,y)+A(t,x,y)u(t,x,y)=f(t,x,y,u(t,x,y)),\ t\in[0,T],\ x,y\in R, \qquad (2.1.35)$$

с начальным условием

$$u(0,x,y)=\varphi(x,y)\ , \qquad (2.1.36)$$

где $f(t,x,u)-$ заданная n мерная вектор-функция.

УСЛОВИЕ (C). Предположим, что $A(t,x,y)\in\bar{C}\left([0,T]\times R\times R\right)$,
$f(t,x,y,u)\in\bar{C}\left([0,T]\times R\times R\times R\right)\cap Lip\left(L|_u\right)$, $\varphi(x,y)\in\bar{C}^{1,1}(R\times R)$.

Очевидно, что из условие (C) имеем $\|A(t,x,y)\|\le M_A=const$.

Решение задачи Коши (2.1.35),(2.1.36) ищем в виде

$$u(t,x,y)=\varphi(x-t,y-t)+\int_0^t e^{-\alpha(t-s)+\beta s}Q(s,x-t+s,y-t+s)ds, \qquad (2.1.37)$$

Теорема 2.1.3. Пусть выполнены условия (C). Тогда $\exists\,T_0>0$, такое, что задача Коши (2.1.35), (2.1.36) имеет решение $u(t,x,y)\in\bar{C}^{(1,1,1)}\left([0,T_0]\times R\times R\right)$, которое, представимо в виде (2.1.37).

В §2.2 изучена разрешимость задачи Коши сингулярно–возмущенных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных с точкой поворота

$$\varepsilon\left(\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\sin nt\, u(t,x)= f(t,x,u(t,x))+\int\limits_0^t K\left(t,s,u(s,x)\right)ds\,, \qquad (2.2.1)$$

с начальным условием

$$u(0,x)=\varphi(x) \qquad (2.2.2)$$

УСЛОВИЕ (Т). Пусть $n\in N$ - фиксированное число,

$$f(t,x,u)\in\overline{C}\left(\left[0,T\right]\times R\times R\right)\cap Lip\left(L_1|_u\right),\ \varphi(x)\in\overline{C}^1(R),$$

$$K(t,\tau,u)\in\overline{C}\left(\left(0\le\tau\le t\le T\right)\times R\right)\cap Lip\left(L_2|_u\right).$$

Решение задачи Коши (2.3.1)-(2.3.2) ищем в виде

$$u(t,x)=\varphi(x-t)+\int\limits_0^t e^{-\frac{\alpha}{\varepsilon}(t-s)+\frac{\beta s}{\varepsilon}}\frac{1}{\varepsilon}Q(s,x-t+s)ds \qquad (2.2.3)$$

Теорема 2.3.1. Пусть выполнены условия (Т), Тогда $\exists\, T_0>0$, такое, что задача Коши (2.1.1)-(2.1.2) имеет решение $u(t,x)\in\overline{C}^{(1,1)}([0,T_0]\times R)$, которое представимо в виде интеграла (2.1.3).

В §2.3 изучена разрешимость и структура решений задачи Коши для интегро-дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка

$$u_{tt}+u_{xx}+u_{yy}=\lambda\int\limits_0^T\int\limits_0^{T_1}\int\limits_0^{T_2} K(t,x,y,\rho,\gamma,\nu,u(\rho,\gamma,\nu))d\nu d\gamma d\rho \qquad (2.3.1)$$

с начальными условиями

$$u(0,x,y)=\varphi(x,y)\,, \qquad (2.3.2)$$

$$u_t(0,x,y)=\psi(x,y),\ \ x,y\in R\,. \qquad (2.3.3)$$

УСЛОВИЕ (В). Пусть функции $\varphi(x,y),\ \ \psi(x,y)\in C^2\left(R\times R\right)$ и $K(t,x,y,\rho,\gamma,\sigma,u)\in\overline{C}^{(2,2,2,,0,0,0,0)}(D\times D\times R)\cap Lip(L|_u)$.

Оказывается, что задача Коши (2.3.1)-(2.3.3) эквивалентно к интегральному уравнению вида

$$u(t,x,y)=\varphi(x-it,y-it)+\int\limits_0^t a(x-i(t-s)+is,y-i(t-s)+is)ds+ \qquad (2.3.4)$$

$$+\lambda\int\limits_0^t\int\limits_0^s\int\limits_0^T\int\limits_0^{T_1}\int\limits_0^{T_2} K(s,x+i(t-s)-i(\sigma-s),y+i(t-s)-i(\sigma-s),\rho,\gamma,\nu,u(\rho,\gamma,\nu))d\rho d\gamma d\nu ds d\sigma\equiv Pu.$$

Здесь $a(x,y)=\psi(x,y)+i[\varphi_x^{'}(x,y)+\varphi_y^{'}(x,y)]$.

Теорема 2.3.1. Пусть выполнено условие (В), то $\exists$ такое $T_0>0$, что задача Коши (2.3.1)-(2.3.3) имеет решение $u(t,x,y)\in\overline{C}^{(2,2,2)}([0,T_0]\times R\times R)$.

II. Рассмотрим разрешимость задачи Коши для нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка

$$u_{tt}+2(u_{tx}+u_{ty}+u_{xy})+u_{xx}+u_{yy}+u_t+u_x+u_y= \\ =f(t,x,y,u(t,x,y)), \qquad (2.3.11)$$

с начальными условиями

$$u(0,x,y)=\varphi(x,y), \qquad (2.3.12)$$

$$u'(0,x,y)=\psi(x,y). \qquad (2.3.13)$$

УСЛОВИЕ(Т). Предположим, что известные функции $\varphi(\mathrm{x},\mathrm{y})$, $\psi(\mathrm{x},\mathrm{y})\in\bar{C}^2(R)$ и

$$\mathrm{f}(\mathrm{t},\mathrm{x},\mathrm{y},\mathrm{u})\in\mathrm{Lip}\left(\mathrm{L}|_{\mathrm{u}}\right)\cap\bar{\mathrm{C}}^{(1,1,1)}\left(\mathrm{D}\times\mathrm{R}\times\mathrm{R}\right).$$

Ясно, что $\max\mathrm{f}(\mathrm{t},\mathrm{x},\mathrm{y},\mathrm{u})\le\mathrm{M}$, $\mathrm{M}-\mathrm{const}$.

Оказывается, в этих условиях задача Коши (2.3.11)-(2.3.13) эквивалентна нелинейному ИУВ вида

$$u(t,x,y)=\varphi(x-t,y-t)+\int_0^t e^{-s}a(x-s,y-s)ds+ \\ +\int_0^t\int_0^s e^{-(s-\rho)}f(\rho,x-t+\rho,y-t+\rho,u(\rho,x-t+\rho,y-t+\rho))d\rho ds, \qquad (2.3.14)$$

где $\mathrm{a}(\mathrm{x},\mathrm{y})=\psi(\mathrm{x},\mathrm{y})+\varphi'_{\mathrm{x}}(\mathrm{x},\mathrm{y})+\varphi'_{\mathrm{y}}(\mathrm{x},\mathrm{y})$.

Теорема 2.3.2. Пусть выполнено условие (Т). Тогда $\exists\, T_0>0$, такое, что задача Коши (2.3.11)-(2.3.13) имеет решение $u(t,x,y)\in\bar{C}^{(1,1,1)}\left([0,T_0]\times R\times R\right)$.

В §2.4 найдены достаточные условия существования решений задачи Коши ИДУ в ЧП третьего порядка

$$u_{xxt}+2\beta u_{xt}+\alpha u_{xx}-\beta^2u_t+2\alpha\beta u_x+\alpha\beta^2u=f(t,x,u) \qquad (2.4.1)$$

с начальным условием

$$u(0,x)=\varphi(x), \qquad (2.4.2)$$

где $\alpha,\ \beta\in R_+$.

УСЛОВИЕ(М). $f(t,x,u)\in\bar{C}([0,T]\times R\times R])\cap Lip(L_u)$, $\quad \dfrac{2L_u}{\alpha\beta}+\dfrac{2}{\beta}<1.$

Решение задачи (2.4.1)-(2.4.2) ищем в виде

$$u(t,x)=c(t,x)+\int_0^t\int_{-\infty}^x e^{-\alpha(t-s)-\beta(x-v)}[1-\sin(x-v)]Q(s,v)dvds, \qquad (2.4.3)$$

где $c(t,x)$ известная функция, такая, что $c(0,x)=\varphi(x)$, $Q(t,x)$ - новая неизвестная функция подлежащая определению

Теорема 2.4.1. Пусть выполнены условия (М). Тогда нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных (2.4.1) с начальным условием (2.4.2) имеет решение

$$u(t,x)\in\bar{C}^{(2,1)}([0,T\times R]),$$

которое имеет интегральное представление в виде (2.4.3).

II. Исследована проблема разрешимость задачи Коши для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка и найдено интегральное представление полученных решений.

$$u_{ttx}+2\alpha u_{tx}+(\alpha^2+1)u_x+\beta u= f(t,x,u)+\int\limits_0^t K(\mathrm{t},\tau,x,u(s,x))ds, \qquad (2.4.12)$$

с начальными условиями

$$u(0,x)=\varphi(x), \qquad (2.4.13)$$

$$u_t(0,x)=\psi(x), \qquad (2.4.14)$$

где $\alpha,\ \beta\in R_+$.

УСЛОВИЕ(A). Пусть

$f(t,x,u)\in\overline{C}([0,T])\times R\times R\times R\times R)\cap Lip(L_u)$,

$K(t,\tau,x,u)\in\overline{C}((0\le\tau\le t\le T])\times R\times R\times R)\cap Lip(N_u),\ \dfrac{T}{\alpha}+\dfrac{L+NT}{\alpha\beta}<1.$

Решение задачи (2.4.12)-(2.4.14) будем искать в виде

$$u(t,x)=c(t,x)+\int\limits_0^t\int\limits_{-\infty}^x (t-s)e^{-\alpha(t-s)-\beta(x-v)}Q(s,v)dvds, \qquad (2.4.15)$$

где $c(t,x)$ - известная функция, такая, что $c(0,x)=\varphi(x),\ c_t(0,x)=\psi(x)$, $Q(t,x)$ - новая неизвестная функция, подлежащая определению.

Теорема 2.4.2. Пусть выполнено условие (A). Тогда интегро-дифференциальное уравнение в частных производных третьего порядка (2.4.12) с начальными условиями (2.4.13)-(2.4.14) имеет решение

$u(t,x)\in\overline{C}^{(2,1)}([0,T_0]\times R)$,

которое имеет интегральное представление в виде (2.4.15).

В §2.5 исследована разрешимость задачи Коши для дифференциальных уравнений в частных производных высшего порядка и найдено интегральное представление искомых решений

I. Рассмотрим нелинейные интегро-дифференциальные уравнения в частных производных четвертого порядка

$$\begin{gathered}u_{ttxy}(t,x,y)+2\alpha u_{txy}(t,x,y)+\gamma u_{ttx}(t,x,y)+\beta u_{tty}(t,x,y)+2\alpha\beta\, u_{ty}(t,x,y)\ +\\ +\alpha^2 u_{xy}(t,x,y)+\alpha^2\beta u_y(t,x,y)+2\gamma\alpha u_{tx}(t,x,y)+\gamma\beta u_{tt}(t,x,y)+\\ +2\alpha\beta\gamma u_t(t,x,y)\ +\alpha^2\gamma\, u_x(t,x,y)+\alpha^2\beta\gamma u(t,x,y)= f\left(t,x,y,u(t,x,y)\right)+\int\limits_0^t K(t,s,x,\mathrm{y},u(s,x,y))ds,\end{gathered} \qquad (2.5.1)$$

$$u(0,x,y)=\varphi(x,y), \qquad (2.5.2)$$

$$u_t(0,x,y)=\psi(x,y), \qquad (2.5.3)$$

где $\alpha,\beta,\gamma\in R_+\equiv(0,+\infty)$.

Решение задачи (2.5.1)-(2.5.3) будем искать в виде

$$\begin{gathered}u(t,x,y)=c(t,x,y)+\\ +\int\limits_0^t\int\limits_{-\infty}^x\int\limits_{-\infty}^y e^{-\alpha(t-s)-\beta(x-\mu)-\gamma(y-v)}\sin(t-s)Q(s,\mu,v)\,dvd\mu ds,\end{gathered} \qquad (2.5.4)$$

где $c(t,x,y)$ - известная функция такая, что

$c(0,x,y)=\varphi(x,y),c_t(0,x,y)=\psi(x,y),Q(t,x,y)$ - новая искомая функция.

УСЛОВИЕ(Т). Пусть

$f(t,x,y,u)\in\bar{C}([0,T]\times R\times R\times R)\cap Lip\left(L|_u\right)$,

$K(t,s,x,y,u)\in\bar{C}\left((0\le s\le t\le T)\times R\times R\times R\right)\cap Lip\left(L_1|_u\right)$

$\dfrac{(L+L_1T_0)}{\alpha\beta\gamma}<1,\ T_0\le T$.

Теорема 2.5.1. Пусть выполнено условие (Т). Тогда задача Коши (2.5.1)-(2.5.3) имеет решение $u(t,x,y)\in\bar{C}^{(2,1,1)}([0,T_0]\times R\times R)$, которое представимо в виде (2.5.4).

II. Рассмотрим нелинейные интегро-дифференциальные уравнения в частных производных пятого порядка

$$\begin{gathered}u_{ttxxy}+2\alpha u_{txxy}+2\beta u_{ttxy}+2\alpha\beta u_{ttx}+\left(\alpha^2+1\right)u_{xxy}+\\+4\alpha\beta u_{txy}+\beta^2u_{tty}+2\left(\alpha^2+1\right)\beta u_{xy}+2\alpha\beta^2u_{ty}+4\alpha^2\beta u_{tx}+2\alpha\beta^2u_{tt}+\\\beta^2\left(\alpha^2+1\right)u_y+2\alpha\left(\alpha^2+1\right)\beta u_x+4\alpha^2\beta^2u_t+2\left(\alpha^2+1\right)\beta^2u=\\=F(t,x,y,u(t,x,y))+\int_0^t K(t,v,x,y,u(v,x,y))dv,\ \alpha,\beta,\gamma\in R_+\end{gathered}\tag{2.5.15}$$

с начальными условиями

$$u(0,x,y)=\varphi(x,y),\tag{2.5.16}$$

$$u_t(0,x,y)=\psi(x,y).\tag{2.5.17}$$

УСЛОВИЕ(К). Пусть

$F(t,x,y,u)\in\bar{C}([0,T]\times R\times R\times R)\cap Lip\left(L_1|_u\right),K(t,v,x,y,u)\in$

$\in\bar{C}([0\le v\le t\le T]\times R\times R\times R)\cap Lip\left(L_2|_u\right),\ \dfrac{L_1+L_2T+2\alpha\gamma}{\alpha\beta\gamma}<1,\ \|K(t,v,x,y,u)\|\le M_K.$

Решение задачи (2.5.15), (2.5.16)-(2.5.17) ищем в виде

$$\begin{gathered}u(t,x,y)=c(t,x,y)+\\+\int_0^t\int_{-\infty}^x\int_{-\infty}^y e^{-\alpha(t-s)-\beta(x-v)-\gamma(y-\mu)}\sin(t-s)\sin(x-v)Q(s,v,\mu)dsdvd\mu\end{gathered}\tag{2.5.18}$$

где $Q(t,x,y)$ - неизвестная функция, подлежащая определению, $c(t,x,y)$ - известная функция, такая, что $c(0,x,y)=\varphi(x,y),\ c_t(0,x,y)=\psi(x,y)$

Теорема 2.5.2. Пусть выполнены условия (К). Тогда нелинейное интегро-дифференциального уравнения в частных производных (2.5.15) с начальными данными (2.5.16) - (2.5.17) имеет решение $u(t,x,y)\in\bar{C}^{(2,2,1)}\left([0,T_0]\times R\times R\right)$, представимое в виде (2.5.18).

В §2.6 исследована структура и асимптотическая устойчивость решений систем дифференциальных уравнений типа Коши.

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений типа Коши

$$t\frac{dx}{dt}=P(t)x,\tag{2.6.5}$$

где $P(t)$ голоморфная матрица при $|t| \geq |t_0|$ и удовлетворяет условию типа Лаппо-Данилевского

$$P(t) \cdot \int_{t_0}^{t} \frac{P(\tau)}{\tau} d\tau = \int_{t_0}^{t} \frac{P(\tau)}{\tau} d\tau \cdot P(t). \tag{2.6.6}$$

Будем изучать структуру решений системы (2.6.5).

Далее, предположим, что для любой пары $(t_0, t) \in S, S = \{(t, s) \in C : |t| > |s| \geq a \geq t_0\}$ выполнено условие (2.6.1) и существует предел

$$\lim_{t \to \infty} \frac{1}{\ln t} \int_{t_0}^{t} \frac{P(\tau)}{\tau} d\tau = A.$$

Тогда справедлива

Теорема 2.6.1. Пусть все собственные значения $\lambda_i = \lambda_i(A)$ $(i = 1, 2, ..., n)$ предельной матрицы A расположены в левой полуплоскости, т.е.

$$\operatorname{Re} \lambda_i(A) < 0 \ (i = 1, 2, ..., n)$$

то линейная система (2.6.5) асимптотически устойчива при $t \to \infty$.

В III главе метод преобразования решений применен к исследованию проблемы существования, аналитической и асимптотической структуре решений в окрестности особой точки ИУВ и ИДУВ.

В §3.1 Рассмотрим неоднородное линейное интегральное уравнение Вольтерра в классе $\bar{C}(t_0, +\infty)$

$$tu(t) = \lambda \int_{+\infty}^{t} u(s) ds + f(t), \ t \in [t_0, +\infty) \tag{3.1.1}$$

Будем изучать асимптотику исчезающего решения (3.1.1) при больших значениях аргумента.

Пусть свободный член $f(t)$ удовлетворяет одному из следующих условий:

для $\nu = -1$ и $\forall \sigma > 0$

$$\frac{|f(t)|}{t^{\nu}} \to 0, \quad \frac{|f(t)|}{t^{\nu - \sigma}} \to +\infty, \quad t \to +\infty; \tag{3.1.2$_1$}$$

для $\nu < -1$ и $\forall \sigma > 0$

$$\frac{|f(t)|}{t^{\nu}} \leq A, \quad \frac{|f(t)|}{t^{\nu + \sigma}} \to +\infty, \quad t \to +\infty, \tag{3.1.2$_2$}$$

где A – фиксированная постоянная;

для $\nu < -1$ и $\forall \sigma > 0$

$$\frac{|f(t)|}{t^{\nu}} \to +\infty, \quad \frac{|f(t)|}{t^{\nu - \sigma}} \to 0, \quad t \to +\infty; \tag{3.1.2$_3$}$$

для $\nu < -1$ и $\forall \sigma > 0$

$$\lim_{t \to +\infty} \frac{f(t)}{t^{\nu}} = B, \tag{3.1.2$_4$}$$

где B – некоторое комплексное число, причем при B=0

$$\frac{f(t)}{t^{\nu}} \to +\infty, \quad t \to +\infty.$$

Теорема 3.1.1. I) Пусть выполнено одно из условий (3.1.2i)($i=\overline{1,4}$). Тогда: если $\mathrm{Re}\lambda<-1$, то уравнение (3.1.1) имеет однопараметрическое семейство исчезающих решений; если $\mathrm{Re}\lambda>-1$, то уравнение (3.1.1) имеет единственное исчезающее решение. При $\mathrm{Re}\lambda=-1$ и выполнении (3.1.2$_1$) уравнение (3.1.1) не имеет исчезающих решений, если в (3.1.4) $\varepsilon\neq 0$, и имеет единственное исчезающее решение, если в (3.1.4) $\varepsilon=0$. При $\mathrm{Re}\lambda=1$ и выполнении (3.1.2i) ($i=\overline{1,4}$) уравнение имеет единственное исчезающее решение.

В §3.2. рассмотрено нелинейное интегральное уравнение Вольтерра

$$tu(t)=\lambda\int_{+\infty}^{t}u(s)ds+\lambda\int_{+\infty}^{t}K(t,s,u(s))ds+f(t),\quad t\in[t_0,+\infty], \qquad (3.2.1)$$

изучено асимптотика исчезающих решений уравнения (3.2.1) при $t\to+\infty$.

Наряду с уравнением (3.2.1) рассмотрим укороченное линейное уравнение

$$tu(t)=\lambda\int_{0}^{t}u(s)ds+f(t). \qquad (3.2.2)$$

Предположим, что:

a) Пусть свободный член $f(t)$ удовлетворяет одному из следующих условий (3.1.2i)($i=\overline{1,4}$) и уравнения (3.2.2) имеет исчезающее решение.

b) Функция $K(t,s,u)$ непрерывна по совокупности переменных в области

$G=\{(t,s.u):\ \ t_0\le s\le t<+\infty,\ \ |u|\le h,\ \ h>0\}$,

$K(t,s,0)\equiv 0$ и удовлетворяет условию Липшица

$|K(t,s,u_1)-K(t,s,u_2)|\le N(t,s,\xi)|u_1-u_2|$,

где $\xi=\max|u_1|,|u_2|$, $N(t,s,\xi)$ – неотрицательная, монотонно убывающая по своим аргументам функция.

c) Пусть $u_0(t)$ решение соответствующего укороченного уравнения (3.2.2) и

$$\frac{1}{t^{\nu}}\int_{+\infty}^{t}\mathrm{v}(s)N(t,s,\mathrm{v}(s))\to 0,\quad t\to+\infty,\ \ |u_0(t)|\le\nu(t) \qquad (3.2.4)$$

Итак, решение уравнения (3.2.1) в окрестности $t=+\infty$ представимо в виде

$$u(t)=u_0(t)+\lambda t^{\lambda-1}\int_{t}^{\varepsilon^{-1}}\frac{y(\tau)d\tau}{\tau^{\lambda-\nu+1}}+t^{\nu-1}y(t),$$

т.е. можем написать соотношение

$$u(t)=u_0(t)+0(t^{\nu-1}),\,t\to+\infty\,. \qquad (3.2.16)$$

Теорема 3.2.1. Если выполнены условия a), b) и c), то уравнение (3.2.1) имеет исчезающее решение, удовлетворяющее соотношению

$u(t)=u_0(t)+0(t^{\nu-1}),\,t\to+\infty$.

ВЫВОДЫ

В диссертации методом преобразований решений установлена разрешимость и структура решений задачи Коши для нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с комплексными параметрами и найдены достаточные условия разрешимости задачи Коши сингулярно–возмущенных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных с точкой поворота.

Получены разрешимости и структуры решений задачи Коши для интегро-дифференциальных уравнений в частных производных и асимптотика исчезающего решения линейного и нелинейного ИУВ.

Результаты диссертации подтверждены строгими доказательствами.

В диссертации получены новые результаты, которые вносят определенный вклад в асимптотической теорию интегральных и дифференциальных уравнений.

Автор выражает глубокую признательность и благодарность научному руководителю доктору физико-математических наук, профессору А.Б.Байзакову за постановку задач, ценные советы, предложения и замечания, сделанные им при подготовке данной диссертационной работы.

Основное содержание диссертации полностью отражено в следующих публикациях:

1. **Кыдыралиев Т.Р.** Асимптотика исчезающих решений линейных интегральных уравнений Вольтерра [Текст] /А.Б. Байзаков, Т.Р. Кыдыралиев // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. – Бишкек, 2012. – Вып. 45.- С. 40-45.
2. **Кыдыралиев Т.Р.** Об асимптотическом разложении сингулярно-возмущенных интегральных уравнений Вольтерра /А.Б. Байзаков, Т.Р. Кыдыралиев // Тез.докл. II междун.науч.конф. «Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений», посвященная 20-летию образования Кыргызско-Российского Славянского Университета и 100-летию основателя математической школы в Кыргызстане профессора Я. В. Быкова. – Бишкек, 2013. – С. 79.
3. **Kydyraliev T.R.** On sufficient conditions for existense of solutions of Cauchy problem for partial differential eguations of the third order [Текст] / Imanaliev M.I., Baizakov A.B.,Kydyraliev T.R. // Proceedings of V Congress of the Turkic World mathematicians. Bishkek, 2014.-v.1.-p.121-126
4. **Kydyraliev T.R.** Sufficient conditions for the existense of solutions of the Cauchy problem of partial differential eguations of third order/ Imanaliev M.I., Baizakov A.B.,Kydyraliev T.R.// V Congress of the Turkic World mathematicians. Bishkek, 2014.-v.1.-P.179
5. **Кыдыралиев Т.Р.** Разложение решений нелинейных интегро-дифференциальных уравнений Волтерра с регулярной особой точкой/ А.Б. Байзаков., Т.Р. Кыдыралиев// Тез.докл. междун.науч.конф. «Актуальные проблемы математики и информатики». -Алматы, 2015.–С. 32.
6. **Kydyraliev T.R**. The solvability and structure of the solutions of initial value problem for partial differential equations of the fourth order/ Imanaliev M.I,Kydyraliev T.R. ., Baizakov A.B.// Proceedings of the Forum the Issyk-Kul International Mathematical Forum. 25-27 june . Bishkek-2015.C.47
7. **Kydyraliev T.R.** On the solvability of the Cauchy problem for a singularly perturbed integro- differential equations in partial derivatives of the first order

with a turning point[Текст] / T.R. Kydyraliev// Проблемы современной науки и образования. - Москва, 2016. - №3(45). - С. 45-49.

8. **Kydyraliev T.R.** On uniqueness of solutions of integral and integro-differential volterra equations of the third kind / Baizakov A., Kydyraliev T.R., Asankylova A. // Abstracts of the V International Mathematical Scientific Conference “Asymptotical, Topological and Computer Methods in Mathematiks” devoted to the 85 anniversary of Acfdemician M. Imanaliev Bishkek, September 13, 2016 г. с.52
9. **Kydyraliev T.R.** On a periodic boundary-value problem for quasilinear systems of integral Volterra equations / Bayzakov A.B., Kydyraliev T.R. // Abstracts of VI Congress of the Turkic World Mathematical Society, Astana, October 2-5, 2017. – Astana, 2017. – P. 45
10. **Кыдыралиев Т.Р.** О задаче Коши нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с комплексными параметрами [Текст] /Т.Р. Кыдыралиев // Приволжский научный вестник. – Ижевск, 2016. – № 3 (55). – с. 16-20.
11. **Кыдыралиев Т.Р.** О применении метода преобразования решений к исследованию разрешимости начальной задачи дифференциальных уравнений в частных производных [Текст]/ Т.Р. Кыдыралиев// Приволжский научный вестник. – Ижевск, 2016. – № 2 (54). – с. 14-18.
12. **Кыдыралиев Т.Р.** Применение метода преобразования решений к начальной задаче интегро-дифференциальных уравнений в частных производных пятого порядка[Текст]/А.Б. Байзаков, Т.Р. Кыдыралиев// Известия ВУЗов Кыргызстана.– Бишкек, 2018. -№3.-с.26-31.
13. **Кыдыралиев Т.Р.** Структура и асимптотическая устойчивость решений систем дифференциальных уравнений типа коши[Текст]/Т.Р. Кыдыралиев // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана.– Бишкек,2018.-№7,-с. 3-8.
14. **Кыдыралиев Т.Р.** Структура и асимптотическая устойчивость решений систем дифференциальных уравнений типа / Байзаков А.Б., Шаршенбеков М.М. Бектурова А.Т, КыдыралиевТ.Р.// Еругинские чтения-2018,Гродно.-С.19.
15. **Кыдыралиев Т.Р.** О начальной задаче интегро-дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка[Текст]/А.Б. Байзаков, Т.Р. Кыдыралиев, А.С. Асанкулова //Вестник Института математики АН КР, Бишкек. -№1,-с 84-90
16. **Кыдыралиев Т.Р.** Экинчи тартиптеги айрым туундулуу интегро-дифференциалдык тендемелер үчүн Коши маселесинин чыгарымдуулугунун жетишээрлик шарттары [Текст]/Т.Р. Кыдыралиев// Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2018. -№9,-с 3-7.

Кыдыралиев Төрөгелди Раимжановичтин 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган «Чыгарылыштарды өзгөртүп түзүү усулун дифференциалдык жана интегралдык теңдемелердин асимптотикалык теориясында колдонуу» аттуу диссертациялык ишинин

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: Вольтерра интегралдык теңдеме, Вольтерра интегро-диффереициалдык тендеме, регулярдык өзгөчө чекит, айрым туундулуу дифференциалдык теңдемелердин Коши маселеси, айрым туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелердин Коши маселеси.

Изилдөөнүн объектиси: сызыктуу эмес дифференциалдык жана интегралдык тендемелердин Коши маселеси, өзгөчө чекиттүү Вольтерра интералдык жана интегро-дифференциалдык тендемеси.

Изилдөөнүн предмети: дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин чыгарымдуулугу жана чыгарылыштын жалгыздыгы, Вольтерра интегралдык жана Вольтерра интегро-дифференциалдык теңдемелердин асимптотикасы.

Диссертациялык иштин максаты: айрым туундулуу жаңы дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин баштапкы маселесинин чыгарымдуулугу жана чыгарылыштын түзүлүшү; өзгөчө чекиттүү Вольтерра интегралдык теңдемесинин жоголуучу чыгарылышын изилдөө.

Изилдөөнүн усулдары: интегралдык теңдемелердин усулдары, дифференциалдык теңдемелердин асимптотикалык усулдары жана кысып чагылтуу принциби колдонулган.

Алынган жыйынтыктар жана алардын жаңылыгы: комплекстүү параметрлүү экинчи тартиптеги айрым туундулуу сызыктуу эмес дифференциалдык тендемеси үчүн баштапкы маселесинин чыгарымдуулугу жетишээрлик шарттары табылды; буруу чекити бар сингулярдуу козголгон айрым туундулуу интегро-дифференциалдык тендемелер үчүн Коши маселесинин чыгарымдуулугу табылды; экинчи тартиптеги айрым туундулуу интегро-дифференциалдык тендемелер үчүн Коши маселесинин чыгарымдуулугунун жана түзүлүшүн тургузуунун жетишээрлик шарттары табылды; үчүнчү тартиптеги айрым туундулуу дифференциалдык тендемелер үчүн Коши маселесинин жашашынын жетишээрлик шарттары табылды; айрым туундулуу жогорку тартиптеги тендемелер үчүн Коши маселесинин жашашынын жетишээрлик шарттары табылды; сызыктуу Вольтерра интегралдык тендемелесинин жоголуучу чыгарылышынын асимптотикасы алынды; сызыктуу эмес Вольтерра интегралдык тендемелесинин жаңы классынын асимптотикасы тургузулду;

Колдонуу боюнча сунуш кылуулар: алынган жыйынтыктар айрым туундулуу жаңы дифференциалдык теңдемелердин Коши маселесинин жашашын жана чыгарылыштын жалгыздыгын далилдөөдө, өзгөчө чекиттүү сызыктуу эмес Вольтерра интегралдык теңдемесинин жаңы классынын чыгарылышынын асимптотикасын тургузууда колдонула алат.

Колдонуунун аймагы: айрым туундулуу сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелердин, өзгөчө чекиттүү Вольтерра интегралдык жана Вольтерра интегро-дифференциалдык теңдемелердин теориясы жана колдонуусу.

РЕЗЮМЕ

Кыдыралиев Торогелди Раимжанович

диссертация «Применение метода преобразования решений в асимптотической теории дифференциальных и интегральных уравнений» представлена на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Ключевые слова: интегральное уравнение Вольтерра, интегро-дифференциальное уравнение Вольтерра, регулярная особая точка, задача Коши для дифференциальных уравнений в частных производных, задача Коши для интегро-дифференциальных уравнений в частных производных.

Объект исследования: Задача Коши для нелинейных дифференциальных и интегральных уравнений, интегральные и интегро-дифференциальные уравнения Вольтерра с особой точкой.

Предмет исследования: существование и единственность решений дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений, асимптотика интегральных и интегро-дифференциальных уравнений Вольтерра.

Цель работы: разрешимость и структура решений начальной задачи новых дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений с частными производными; исследование исчезающих решений интегральных уравнений Вольтерра с особенностями.

Методы исследования*:* использованы методы интегральных уравнений; методы асимптотической теории дифференциальных уравнений и принцип сжатых отображений.

Полученные результаты и их новизна: найдены достаточные условия разрешимости решений начальной задачи для нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с комплексными параметрами; установлено разрешимость задачи Коши сингулярно–возмущенных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных с точкой поворота; разрешимость и структура решений задачи Коши для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка; существования решений задачи Коши дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка; существования решений задачи Коши дифференциальных уравнений в частных производных высших порядков; получена асимптотика исчезающего решения линейного интегрального уравнения Вольтерра; построено асимптотическое поведение решений нового класса нелинейных интегральных уравнений Вольтерра.

Рекомендации по использованию: полученные результаты могут применяться для доказательства существования и единственности решения задачи Коши новых нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, при построении асимптотики решений новых классов нелинейных интегральных уравнений Вольтерра с особенностями.

Область применения: теория и приложения нелинейных дифференциальных в частных производных, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений Вольтерра с особенностями.

SUMMARY

Kydyraliyev Torogeldi Raimzhanovich

Dissertation "Application of the method of transformation of solutions in the asymptotic theory of differential and integral equations" is submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences in the specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control.

Keywords: Volterra integral equation, Volterra integro-differential equation, regular singular point, Cauchy problem for differential equations in partial derivatives, Cauchy problem for integro-differential equations in partial derivatives.

Object of research: Cauchy problem for nonlinear differential and integral equations, Volterra integral and integro-differential equations with singular point.

Subject of research: existence and uniqueness of solutions of differential and integro-differential equations, asymptotic of Volterra integral and integro-differential equations.

Aims of research: solvability and solutions structure of initial problem of new differential and integro-differential equations in partial derivatives; research of vanishing solutions of Volterra integral equations with features.

Methods of research: methods of integral equations, methods of asymptotic theory of differential equations and principle of compressed mappings are used.

Obtained results and scientific novelty: sufficient conditions for solvability of solutions of initial problem for nonlinear second order differential equations in partial derivatives with complex parameters are found; solvability of the Cauchy problem for singularly – perturbed integro-differential equations in partial derivatives with a turning point is established; solvability and structure of solutions of the Cauchy problem for nonlinear second-order integro-differential equations in partial derivatives; the existence of solutions of the Cauchy problem of third-order differential equations in partial derivatives; the existence of solutions of the Cauchy problem of highest order differential equations in partial derivatives; the asymptotic of the vanishing solution of the linear Volterra integral equation is obtained; the asymptotic behavior of the solutions of a new class of nonlinear Volterra integral equations is constructed;

Recommendations on using: the obtained results may be applied to proof the existence and uniqueness of solution of Cauchy problem of new nonlinear differential equations in partial derivatives, in construction of asymptotics of new class solutions of nonlinear Volterra integral equations with features.

Area of applying: theory and applications of nonlinear differential equations in partial derivatives, Volterra integral and integro-differential equations with features.

ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ:

R^n – n-мерное вещественное евклидово пространство, а его точки $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ (по умолчанию – векторы-столбцы): $R_+ := (0; +\infty)$; $I_{t_0} = [t_0, +\infty)$, $D = I_0 \times R$;

$\|x\|$ – норма вектора $x = (x_1, \dots x_n)$: $\|x\|_0 = \max_k |x_k|$;

$\|x\|_2$ – евклидова норма вектора x: $\|x\|_2 = \sqrt{<x, x>} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}$;

$\{x \in X : P(x)\}$ – или более кратко $\{x : P(x)\}$ – множество всех точек x, для которых выполнено логическое условие $P(x)$;

$\overline{C}^{\alpha, \beta, \dots}(\Omega \to \Lambda)$ – пространство функций, ограниченных и непрерывных вместе с производными до соответствующего порядка;

M – верхняя грань класса ограниченных функций на неограниченных областях;

О, о – символы порядка;

$Lip(L|_u, K|_v, \dots)$ – класс функций, удовлетворяющих условию Липшица по переменной u с коэффициентом L, по переменной v с коэффициентом $K, \dots$; для функций одной переменной индекс будем опускать (коэффициенты могут быть и функциями других переменных);

Для заданных функций нескольких переменных нижний индекс будет обозначать частную производную по соответствующему аргументу: $\psi_{\xi_k}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) = \dfrac{\partial \varphi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)}{\partial \xi_k}$, $k = 1, 2, \dots, n$;

ИУ – интегральное уравнение;

ДУ – дифференциальное уравнение;

ИУВ – интегральное уравнение Вольтерра;

ИДУ – интегро-дифференциальное уравнение;

ИДУВ – интегро-дифференциальное уравнение Вольтерра;

ДУ в ЧП – дифференциальное уравнение в частных производных;

ИДУ в ЧП – интегро-дифференциальное уравнение в частных производных;

Формат 60x84 $^{1}/_{16}$. Объем 1,25 п.л. уч.-изд.л.
Печать офсетная.
Тираж 50 экз.

Отпечатано в типографии И.П. «Аязбеков Алмазбек»
г. Бишкек, пр. Чуй, 215.
тел.: (+996554) 74-74-67.