III-БАП

Чыгарылыштарды өзгөртүп түзүү усулун интегралдык теңдемелердин асимптотикалык теориясында колдонуу

Бул бапта чыгарылыштарды өзгөртүп түзүү усулу Вольтерра интегралдык тендемесинин жана Вольтерра интегро-дифференциалдык тендемесинин чыгарылыштарынын жашашы, өзгөчө чекиттин айланасында аналитикалык жана асимптотикалык түзүлүшүн табуу көйгөйлөрүнө колдонулган.

§ 3.1. Сызыктуу Вольтерра интегралдык тендемесинин жоголуучу чыгарылышынын асимптотикасы

Бир тектүү эмес сызыктуу Вольтерра интегралдык тендемесин $\bar{C}(t_0,+\infty)$ классында карайлы

$$tu(t)=\lambda\int_{+\infty}^{t}u(s)ds+f(t),\ t\in[t_0,+\infty) \tag{3.1.1}$$

Аргументтин чоң маанисинде (3.1.1) дин жоголуучу чыгарылыштарынын асимптотикасын түзүлүшү табылды.

$f(t)$ төмөндөгү шарттардын бирин канаатандырсын:

$\nu=-1$ жана $\forall\sigma>0$ үчүн

$$\frac{|f(t)|}{t^{\nu}}\to 0,\quad \frac{|f(t)|}{t^{\nu-\sigma}}\to+\infty,\quad t\to+\infty; \tag{3.1.2$_1$}$$

$\nu<-1$ жана $\forall\sigma>0$ үчүн

$$\frac{|f(t)|}{t^{\nu}}\le A,\quad \frac{|f(t)|}{t^{\nu+\sigma}}\to+\infty,\quad t\to+\infty, \tag{3.1.2$_2$}$$

мында A – бекитилген туруктуу сан;

$\nu<-1$ жана $\forall\sigma>0$ үчүн

$$\frac{|f(t)|}{t^{\nu}}\to+\infty,\quad \frac{|f(t)|}{t^{\nu+\sigma}}\to 0,\quad t\to+\infty; \tag{3.1.2$_3$}$$

$\nu<-1$ жана $\forall\sigma>0$ үчүн:

$$\lim_{t\to+\infty}\frac{f(t)}{t^{\nu}}=B, \tag{3.1.2$_4$}$$

мында B – кандайдыр бир комплекстүү сан , бирок, B=0 болсо:

$$\frac{f(t)}{t^{\nu-\sigma}}\to+\infty, \quad t\to+\infty.$$

(3.1.2$_1$) - (3.1.2$_4$) шарттарын канааттандыруучу функциялардын айрым учурлары төмөндөгү көрүнүштөгү конкреттүү функциялар болуп калышы мүмкүн:

$$t^{-1}\frac{1}{\ln t};\ 5t^{-2}\sin\frac{1}{t};\ t^{-2}\ln t;\ 4t^{-2}+t^{-2}\frac{1}{\ln t}(B=4);\ t^{-2}\frac{1}{\ln t}(B=0)\ .$$

Биз, (3.1.1) теңдеменин жоголуучу чыгарылышын карайбыз жана аргументтин чоң маанисинде, (3.1.2$_1$) – (3.1.2$_4$) шарттары, бул чыгарылыштардын нөлгө умтулуусуна кандай таасир берээрин аныктайбыз.

(3.1.2$_2$)ден t нын жетишерлик чоң маанисинде төмөндөгү барабарсыздык келип чыгат

$$|f(t)|\le At^{\nu}. \tag{3.1.3}$$

Туюнтманы карайлы $J(t)=\lambda t^{\lambda-1}\int\limits_{t}^{\varepsilon^{-1}}f(\tau)\tau^{-(\lambda+1)}d\tau$, (3.1.4)

мында $\varepsilon=0,$ эгерде $\mathrm{Re}\lambda>\nu,$ жана $\varepsilon>0,$ эгерде $\mathrm{Re}\lambda<\nu$, $\mathrm{Re}\lambda=\nu$ болгон учурда: эгерде предел $\lim\limits_{\varepsilon\to+\infty}\int\limits_{t}^{\varepsilon^{-1}}f(\tau)\tau^{-(\lambda+1)}d\tau$ жашаса, $\varepsilon=0$ деп алабыз, жашабай калса $\varepsilon>0$.

$\mathrm{Re}\lambda>\nu$ болсун. Анда $t\to+\infty$ умтулганда, төмөнкү туюнтма

$$\frac{J(t)}{t^{\nu-1}}=\frac{\lambda\int\limits_{t}^{\varepsilon^{-1}}f(\tau)\tau^{-(\lambda+1)}d\tau}{t^{\nu-\lambda}} \tag{3.1.5}$$

$\frac{0}{0}$ тибиндеги аныксыздыкка ээ болот. t анык сан болгондуктан , (3.1.5) туюнтмасына Лопиталдын эрежесин колдонууга болот . Төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\underset{t\to+\infty}{\ell im}\frac{J(t)}{t^{\nu-1}}=-\frac{\lambda}{\nu-\lambda}\underset{t\to+\infty}{\ell im}\frac{f(t)}{t^{\nu}}. \qquad (3.1.6)$$

Каалаган $\sigma>0$ үчүн ушунун өзүндөй эле, төмөнкүнү алабыз

$$\underset{t\to+\infty}{\ell im}\frac{J(t)}{t^{\nu-1-\sigma}}=-\frac{\lambda}{\nu-\lambda-\sigma}\underset{t\to+\infty}{\ell im}\frac{f(t)}{t^{\nu-\sigma}} \qquad (3.1.7)$$

жана σ жетишеерлик кичине үчүн

$$\underset{t\to+\infty}{\ell im}\frac{J(t)}{t^{\nu-1+\sigma}}=-\frac{\lambda}{\nu-\lambda+\sigma}\underset{t\to+\infty}{\ell im}\frac{f(t)}{t^{\nu+\sigma}}. \qquad (3.1.8)$$

(3.1.6)–(3.1.8) барабардыктары , сөзсүз түрдө оң жактагы пределдер жашаган учурда гана орун алат. (3.1.2$_1$) учур үчүн, (3.1.6) жана (3.1.7) ден төмөнкү келип чыгат:

$$|J(t)|\to 0,\quad \frac{|J(t)|}{t^{-\sigma}}\to\infty,\quad t\to+\infty. \qquad (3.1.9_1)$$

(3.1.3), (3.1.6) жана (3.1.7) ден, (3.1.2$_2$) учур үчүн төмөнкүгө ээ болобуз:

$$|J(t)|\le A_1t^{\nu-1},\quad \frac{|J(t)|}{t^{\nu-1-\sigma}}\to\infty,\quad t\to+\infty, \qquad (3.1.9_2)$$

мында $A_1=\dfrac{|\lambda|A}{\nu-\operatorname{Re}\lambda}$.

(3.1.6) жана (3.1.8) ден, (3.1.12$_3$) учур үчүн төмөндөгүгө ээ болобуз:

$$\frac{|J(t)|}{t^{\nu-1}}\to\infty,\quad \frac{|J(t)|}{t^{\nu-1+\sigma}}\to 0,\quad t\to+\infty. \qquad (3.1.9_3)$$

(3.1.6) жана (3.1.8) ден, (3.1.2$_4$) учур үчүн төмөнкү келип чыгат:

$\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{J(t)}{t^{\nu-1}}=-\frac{\lambda B}{\nu-\lambda}$, а эгерде B=0 болсо, анда:

$$\frac{|J(t)|}{t^{\nu-1-\sigma}}\to\infty,\quad t\to+\infty. \qquad (3.1.9_4)$$

Эми $\operatorname{Re}\lambda<\nu$ болсун дейли. Анда Лопиталдын эрежесин колдонуп, бул учурда дагы (3.1.6) – (3.1.8) барабардыгын алабыз.

Бирок, (3.1.2$_i$) учурларында (3.1.9$_i$) $(i=\overline{1,4})$ катнаштары орун алат, бирок (3.1.9$_2$) деги A_1 ордуна

$$A_1=\frac{|\lambda|A}{\operatorname{Re}\lambda-\nu}\left(\varepsilon^{-(\nu-\operatorname{Re}\lambda)}+1\right)$$

чоңдугун алыш керек.

Соңунда, $\operatorname{Re}\lambda=\nu$ дейли:

а) (3.1.4) тө $\varepsilon=0$ деп эсептейли. Анда, (3.1.2$_i$) ($i=\overline{1,4}$) шарттынын ар бир учурунда:

$$\lim_{t\to+\infty}\frac{J(t)}{t^{\nu-1}}=0. \tag{3.1.10}$$

Бул учурда (3.1.7) катнаштыгы орун алгандыктан, (3.1.2$_i$) ($i=\overline{1,4}$) шарттардын ар бир учурунда төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\frac{|J(t)|}{t^{\nu-1-\sigma}}\to\infty,\quad t\to+\infty.$$

б) Эми, (3.1.4) тө $\varepsilon=0$ деп эсептейли. Анда $\frac{J(t)}{t^{\nu-1}}$ туюнтмасы $t\to+\infty$ умтулганда же чексизге умтулат, же термелет жана чектелет, кээде чектелбей калат.

Ар дайым төмөнкү орун аларын көрсөтөбүз:

$$\lim_{t\to+\infty}\frac{J(t)}{t^{\nu-1+\sigma}}=0. \tag{3.1.11}$$

(3.1.2$_1$), (3.1.2$_3$), учурларында бул барабардык (3.1.8)ден келип чыгат. (3.1.2$_2$), (3.1.2$_4$) учурларында төмөнкү баалоо орун алат: $|f(t)|\le B_1t^{\nu}$, мында B_1=const.

Анда

$$\frac{J(t)}{t^{\nu-1+\sigma}}\le|\lambda|t^{-\sigma}\left|\int_t^{\varepsilon^{-1}}B_1\tau^{-1}d\tau\right|$$

барабарсыздыгынан (3.1.11) келип чыгат.

(3.1.1) сызыктуу теңдемесинин жекече чыгарылышын төмөнкү түрдө көрсөтө алабыз

$$u_0(t)=\frac{f(t)}{t}+J(t). \tag{3.1.12}$$

$\operatorname{Re}\lambda=\nu=1$болгондо, жана (3.1.4)гү $\varepsilon>0$ болсо (3.1.1) теңдемеси жоюлуучу чыгарылышка ээ эмес экенин белгилей кетели. *J*(*t*) үчүн жогорудагы келтирилген баалоолордон жана (3.1.12) ден, (3.1.1) теңдемесинин

$u=u_0(t)$жекече чыгарылышынын кичинелик тартиби $\nu-1$ ээ экени [2] келип чыгат. (3.1.1) теңдемесинин каалаган жоголуучу чыгарылышы $\nu-1$дан чоң кичинелик тартипке ээ эмес экенин көргөзөбүз. Тескерисинче болжолдойлу: (3.1.1) теңдемесинин чыгарылышы $\nu-1+\gamma$ кичинелик тартипке ээ, мында $\gamma>0$, б. а. бардык $\sigma<\gamma$ үчүн

$$|u(t)|\le Nt^{\nu-1+\gamma-\sigma}, \tag{3.1.13}$$

мында N – фиксирленген туруктуу сан. (3.1.1) теңдемесинен төмөнкү баалоо келип чыгат:

$$t|u(t)|\ge|f(t)|-|\lambda|\int_{+\infty}^{t}|u(s)|ds. \tag{3.1.14}$$

Мындан, (3.1.13) тү эске алуу менен

$$N\ge\frac{|f(t)|}{t^{\nu+\gamma-\sigma}}-\frac{|\lambda|N}{\nu-\gamma+\sigma}.$$

Акыркы барабарсыздык $t\to+\infty$ умтулганда карама-каршылыкка алып келет, бул биздин ырастообуз туура экенин көргөзөт.

(3.1.2$_3$) учурда (3.3.1) теңдемесинин каалаган чыгарылышы $u=u(t)$

$\overline{\ell im}_{t\to+\infty}\frac{|u(t)|}{t^{\nu-1}}=\infty$ касиетке ээ болорун көргөзөбүз.

Тескерисинче болжолдойлу:

б.а. жетишээлик чоң t үчүн $|u(t)|\le Mt^{\nu-1}$ барабарсыздыгын ээ болобуз, мында M – фиксирленген туруктуу сан. Анда (3.1.14) төн төмөндөгү баалоо келип чыгат

$$Mt^{\nu}\ge|f(t)|-\frac{|\lambda|M}{\nu}t^{\nu},$$

бул (3.1.2$_3$) кө $t\to+\infty$ умтулганда карама-каршы келет. (3.1.1) теңдемеси сызыктуу болгондуктан, жалпы чыгарылышы $u(t)=ct^{\lambda-1}+u_0(t)$ көрүнүштө болот.

Алынган натыйжаларды кыскача жазалы.

Теорема 3.1.1 I) (3.1.2$_i$)($i=\overline{1,4}$) шартттарынын бири аткарылсын; эгерде $\operatorname{Re}\lambda<-1$ болсо, анда (3.1.1) теңдемеси жоголуучу чыгарылышынын бир параметрлүү түркүмүнө ээ; эгерде$\operatorname{Re}\lambda>-1$болсо, анда (3.1.1)теңдемеси жалгыз жоголуучу чыгарылышка ээ. $\operatorname{Re}\lambda = -1$ болгондо жана (3.1.2_1) аткарылса, (3.1.1) теңдемеси, (3.1.4) тө, $\varepsilon \neq 0$ болсо, жоголуучу чыгарылышка ээ эмес, жана (3.1.4) $\varepsilon = 0$ болсо, анда жалгыз жоголуучу чыгарылышка ээ, $\operatorname{Re}\lambda = 1$ болгондо жана (3.1.2_i) ($i = \overline{2,\ 4}$) аткарылса , (3.1.1) теңдемеси жалгыз жоголуучу чыгарылышка ээ.

II) а) $\operatorname{Re}\lambda \neq \nu$ болгондо (3.1.1) теңдемеси, $u = u_0(t)$айрым чыгарылышына ээ жана:

(3.1.2_1) учурунда бардык $\sigma > 0$ үчүн:

$$\frac{|u_0(t)|}{t^{\nu-1}} \to 0, \quad \frac{|u_0(t)|}{t^{\nu-1-\sigma}} \to \infty, \quad t \to +\infty; \qquad (3.1.15_1)$$

(3.1.2_2) учурунда:

$$\frac{|u_0(t)|}{t^{\nu-1}} \leq A_2, \quad \frac{|u_0(t)|}{t^{\nu-1-\sigma}} \to \infty, \quad t \to +\infty, \qquad (3.1.15_2)$$

мында A_2 – кандайдыр бир туруктуу сан;

(3.1.2_3) учурунда:

$$\overline{\ell im}_{t\to+\infty} \frac{|u_0(t)|}{t^{\nu-1}} = \infty, \quad \frac{|u_0(t)|}{t^{\nu-1-\sigma}} \to 0, \quad t \to +\infty; \qquad (3.1.15_3)$$

(3.1.2_4) учурунда:

$$\ell im_{t\to+\infty} \frac{|u_0(t)|}{t^{\nu-1}} = B_2,$$ ал эми, эгерде B=0 болсо, анда:

$$\frac{|u_0(t)|}{t^{\nu-1-\sigma}} \to \infty, \quad t \to +\infty,$$ мында B_2=const. $(3.1.15_4)$

б) $\operatorname{Re}\lambda = \nu$ болгондо (3.1.1) теңдемесинин $u = u_0(t)$ чыгарылышы үчүн (3.1.2_i) учурунда: эгерде (3.1.4)тө $\varepsilon = 0$ болсо, анда (3.1.15_i) ($i = \overline{1, 4}$) шарттары тиешелүү түрдө аткарылат; эгерде (3.1.4)тө $\varepsilon > 0$болсо , анда (3.1.2_i) ($i = \overline{1, 4}$) бардык шарттарында (3.1.1) теңдемесинин чыгарылышы жашайт жана:

$$\frac{|u_0(t)|}{t^{\nu-1+\sigma}} \to 0, \quad \frac{|u_0(t)|}{t^{\nu-1-\sigma}} \to \infty, \quad t \to \infty,$$

болот.

Эскертүү 3.1.1. (3.1.2_4) шарты, (3.1.2_2) шартынын айрым бир учуру болот.

Жана дагы, эгерде (3.1.2$_2$) шартында, ν саны -1 маанисин кабыл ала алат десек, анда (3.1.1$_1$) шартын (3.1.2$_2$) шартына киргизип койсо болот.

Ошентип, эки учурга ээ болдук.

- (α) учуру: $\mathrm{Re}\lambda \neq \nu$ же $\mathrm{Re}\lambda = \nu$, (3.1.4)тө $\varepsilon = 0$ жана бул учурларда (3.1.2$_i$) ($i = 1, 2, 4$) аткарылат. Анда жетишээрлик чоң t үчүн $\gamma_1 > 0$ саны табылат да:

$$\left|u_0(t)\right| \leq \gamma_1 t^{\nu-1}.$$

- (β) учуру: $\mathrm{Re}\lambda \neq \nu$ же $\mathrm{Re}\lambda = \nu$, (3.1.4) тө $\varepsilon = 0$ жана бул учурларда (3.1.2$_3$) аткарылат; $\mathrm{Re}\lambda = \nu$, (3.1.4) тө $\varepsilon > 0$ жана (3.1.2$_i$) ($i = \overline{1, 4}$) шарттарынын бири аткарылат. Анда жетишээрлик чоң t үчүн $\gamma_2 > 0$ саны табылат да, жетишээрлик кичине $\sigma > 0$ үчүн:

$$\left|u_0(t)\right| \leq \gamma_2 t^{\chi}, \quad \chi = \nu - 1 + \sigma.$$

§ 3.2. Сызыктуу эмес Вольтерра интегралдык теңдемесинин чыгарылышынын асимптотикалык түзүлүшү

Бул параграфта сызыктуу эмес Вольтерра интегралдык теңдемесинин чыгарылышынын, $t \to +\infty$ умтулганда асимптотикалык түзүлүшү каралат.

Сызыктуу эмес Вольтерра интегралдык теңдемесин карайлы

$$tu(t) = \lambda \int_{+\infty}^{t} u(s)ds + \int_{+\infty}^{t} K(t,s,u(s))ds + f(t), \quad t \in [t_0, +\infty], \tag{3.2.1}$$

жана $t \to +\infty$ умтулганда (3.2.1) теңдемесинин чыгарылышынын асимптотикасын изилдейбиз.

(3.2.1) теңдемеси менен бирге кыскартылган сызыктуу теңдемени карайбыз.

$$tu(t) = \lambda \int_{+\infty}^{t} u(s)ds + f(t). \tag{3.2.2}$$

Төмөнкү учурлар аткарылсын дейли:

а) $f(t)$ функциясы (3.1.2$_i$)($i = \overline{1,4}$) шартттарынын бирин канааттандырсын жана (3.2.2) теңдемеси жоголуучу чыгарылышка ээ болсун.

b) $K(t,s,u)$ функциясы $G=\{(t,s.u):\quad t_0 \le s \le t < +\infty,\quad |u| \le h,\quad h>0\}$ аймагындагы өзгөрмөлөрдүн топтому боюнча үзгүлтүксүз болсун, $K(t,s,0)\equiv 0$ жана Липшиц шартын канаатандырсын:

$$|K(t,s,u_1)-K(t,s,u_2)| \le N(t,s,\xi)|u_1-u_2|,$$

мында $\xi=\max|u_1|,|u_2|,$ $N(t,s,\xi)$ – терс эмес, өзүнүн ар бир аргументи боюнча монотондуу кемүүчү функция.

c) $u_0(t)$ функциясы (3.1.12) түрүндөгү, (3.2.1)ге тиешелүү кыскартылган (3.2.2) теңдемесинин чыгарылышы болсун жана

$$\frac{1}{t^{\nu}}\int_{+\infty}^{t} \mathrm{v}(s)N\left(t,s,\mathrm{v}(s)\right) \to 0, \quad t\to+\infty, \qquad (3.2.4)$$

мында

$$\mathrm{v}(s)=|u_0(s)|+\left(\frac{2|\lambda|}{|\mathrm{v}\text{-}\mathrm{Re}\lambda|}+1\right)s^{\nu-1}, \qquad (3.2.5_1)$$

эгерде $\mathrm{Re}\lambda \ne \nu$ болсо;

$$\mathrm{v}(s)=|u_0(s)|+\left(2|\lambda||\ell ns|+1\right)s^{\nu-1}, \qquad (3.2.5_2)$$

эгерде $\mathrm{Re}\lambda=\nu<-1$.

$\mathrm{Re}\lambda=\nu=-1$ болгондо

$$\frac{|\ell nt|}{t^{\nu}}\int_{0}^{t} \mathrm{v}(s)N\left((t,s,\mathrm{v}(s)\right)ds \to 0, \quad t\to\infty, \qquad (3.2.6)$$

дейбиз, мында $\mathrm{v}(s)$ функциясы $(3.2.5_2)$ те аныкталган.

Кыскартылган теңдеменин жоголуучу чыгарылышынын $u=u_0(t)$ асимптотикасы § 3.1 параграфында каралган

(3.2.1) сызыктуу эмес теңдемесинин чыгарылышынын асимптотикасын көргөзүш үчүн, төмөнкү өзгөртүп түзүү жүргүзөбүз:

$$u(t)=u_0(t)+x(t),$$

мында $x(t)$ - жаңы белгисиз функция.

Анда

$$tx(t)=\lambda\int_{+\infty}^{t} x(s)ds+\int_{+\infty}^{t} K\left(t,s,u_0(s)+x(s)\right)ds. \qquad (3.2.7)$$

Төмөнкүнү формула менен белгисиз жаңы функцияны киргизели

$$\int_{+\infty}^{t} x(s)ds = t^{\lambda}\int_{t}^{\varepsilon^{-1}}\frac{y(\tau)d\tau}{\tau^{\lambda-\nu+1}},$$

мында $\overline{\varepsilon}=0,$ эгерде $\mathrm{Re}\lambda > \mathrm{v};$ $\overline{\varepsilon}>0,$ эгерде $\mathrm{Re}\lambda \le \mathrm{v}$, (3.2.7) теңдемеси экинчи түрдөгү сызыктуу эмес Вольтерра интегралдык теңдемесине алынып келинет

$$t^{\nu}y(t)=\int_{+\infty}^{t}K\left(t,s,u_0(s)+\lambda s^{\lambda-1}\int_{s}^{\overline{\varepsilon}^{-1}}\frac{y(\tau)d\tau}{\tau^{\lambda-\nu+1}}+s^{\nu-1}y(s)\right)ds. \qquad (3.2.8)$$

(3.2.8) теңдемесине кысып чагылтуу принцибин колдонобуз.

$Q=\left\{y(t): y(t)\in C_{[T,+\infty]}, \quad |y(t)|\le q<1\right\}$ болсун дейли, мындагы T, q чоңдуктары төмөндө аныкталат.

Белгилөө жүргүзөлү:

$$U(t)\equiv u_0(t)+\lambda t^{\lambda-1}\int_{t}^{\overline{\varepsilon}^{-1}}\frac{y(\tau)d\tau}{\tau^{\lambda-\nu+1}}+t^{\nu-1}y(t).$$

$\mathrm{Re}\,\lambda\ne\nu$ болгондо $\overline{\varepsilon}=T$ деп алып төмөнкүнү алабыз:

$$|U(t)|\le|u_0(t)|+q\left(\frac{2|\lambda|}{|\nu-\mathrm{Re}\,\lambda|}+1\right)t^{\nu-1}\le\mathrm{v}(t), \qquad (3.2.9)$$

ал эми $Re\lambda=\nu$ жана $y\epsilon Q$ болгондо

$$|U(t)|\le|u_0(t)|+q\left(2|\lambda||\ell nt|+1\right)t^{\nu-1}\le\mathrm{v}(t) \qquad (3.2.10)$$

экенин алабыз.

Төмөнкү функцияны аныктайлы:

$$Ly(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{t^{\nu}}\displaystyle\int_{+\infty}^{t}K\left(t,s,\mathrm{U}(s)\right)ds, & \text{эгерде } T\le t<\infty;\\ 0, & \text{эгерде } t=\infty,\end{cases}$$

мында $y(t)\in Q$.

$t=+\infty$ болгондо $Ly(t)$ үзгүлтүксүздүгүн текшерели. Анда:

$$|Ly(t)|\le\frac{1}{t^{\nu}}\int_{+\infty}^{t}\mathrm{v}(s)N\left(t,s,\mathrm{v}(s)\right)ds,$$

мында $\mathrm{v}(s)$, (3.2.5$_i$) $(i=1,2)$ де аныкталган. Мындан (3.2.4) же (3.2.6) ны эске алуу менен $t\to+\infty$ умтулганда $Ly(t)\to 0$.

T, q чоңдуктарын төмөндөгүдөй тандайбыз:

$$\frac{1}{T^{\nu}}\int\limits_{+\infty}^{T} \mathrm{v}(s)N\left(T,s,\mathrm{v}(s)\right)ds \le q, \tag{3.2.11}$$

$$\Omega\left(T\right) \equiv \frac{1}{T^{\nu}}\int\limits_{+\infty}^{T}\left[\mathrm{v}(s)-\left|u_0(s)\right|\right]N\left(T,s,\mathrm{v}(s)\right)ds < 1, \tag{3.2.12}$$

$$\left\|u_0\left(t\right)\right\| + q\left(\frac{2|\lambda|}{\nu-\mathrm{Re}\,\lambda}+1\right)T^{\nu-1} \le h \quad \text{болот, эгерде}\, \mathrm{Re}\lambda \ne \nu \text{ болгондо;} \tag{3.2.13}$$

$$\left\|u_0\left(t\right)\right\| + q\left(2|\lambda|\left|\ell n\delta\right|+1\right)T^{\nu-1} \le h \quad \text{болот } \mathrm{Re}\lambda = \nu < -1 \text{ болгондо,} \tag{3.2.14}$$

мында : $\mathrm{v}(s)$ (3.2.5$_i$) $(i=\overline{1,2})$ де аныкталган, $\|\cdot\|$ – $C_{[T,+\infty]}$ мейкиндигиндеги норма. Ал эми $\mathrm{Re}\lambda = \nu = -1$ болгондо T, q чоңдуктары төмөнкү шартты канааттандырышын талап кылабыз

$$\frac{1}{T^{\nu}}\int\limits_{+\infty}^{T} \mathrm{v}(s)N(T,s,\mathrm{v}(s))ds = q, \tag{3.2.15}$$

мында $\mathrm{v}(s)$ (3.2.5$_2$) де, жана да (3.2.12)-(3.2.14) катнаштыктарда аныкталган.

(3.2.14) барабарсыздыгын (3.2.15) жана (3.2.6) нин негизинде канаатандырууга мүмкүн болоору көрүнүп турат.

Анда, каалагандай $y \in Q$ үчүн: $Ly \in Q$ болот, б.а. Ly оператору Q шарын өзүнө чагылтат:

$$L : Q \to Q.$$

Андан соң төмөнкү баалоону алабыз

$$\left\|Ly_1 - Ly_2\right\| \le \Omega(T)\left\|y_1 - y_2\right\|.$$

Эми (3.2.12)ни эске алуу менен, кысып чагылтуу принциби боюнча (3.2.8) теңдемеси жоголуучу чыгарылышка $y = y(t) \in Q$ ээ экендигине корутунду чыгарабыз. .

Ошентип, (3.2.1) теңдемесинин чыгарылышы $t = +\infty$ чекитинин айланасында төмөнкү көрүнүшкө ээ

$$u(t) = u_0(t) + \lambda t^{\lambda-1}\int\limits_{t}^{\bar{\varepsilon}^{-1}} \frac{y(\tau)d\tau}{\tau^{\lambda-\nu+1}} + t^{\nu-1}y(t),$$

б.а. төмөнкү катнаштыкты жаза алабыз:

$$u(t) = u_0(t) + 0(t^{\nu-1}),\ t \to +\infty\,. \qquad (3.2.16)$$

Эми натыйжаны берели.

Теорема 3.2.1. Эгерде a), b) жана c) шарттары аткарылса, анда (3.2.1) теңдемеси (3.2.16) катнаштыкты канааттандырган жоголуучу чыгарылышка ээ.

Эскертүү 3.2.1. Эгерде c) шартын c′) шарты (төмөндө берилди) менен алмаштырган учурда да теореманын корутундусу туура бойдон калат. Эгерде (α) учуру орун алса, анда

c′) $$\frac{1}{t^{\nu}}\int_{+\infty}^{t} s^{\nu-1}N(t,s,c_1 s^{\nu-1})ds \to 0, \quad t \to +\infty\,,$$

мында $c_1 > \gamma_1$ – эркин турактуу сан.

Эгерде (β) учуру орун алса, бирок $\nu < 1$ болсо, анда

$$\frac{1}{t^{\nu}}\int_{+\infty}^{t} s^{x}N(t,s,c_2 s^{x})ds \to 0, \quad t \to +\infty\,,$$

мында c_2 – эркин турактуу $> \gamma_2$.

Эскертүү 3.2.2. Биз (3.1.1) теңдемесинин $u_0(t)$ чыгарылышынын негизинде (3.2.1) теңдемесинин $u = \bar{u}(t)$ жоголуучу чыгарылышынын түздүк.

$u - \bar{u}(t) = w(t)$ өзгөртүп түзүүсү (3.2.1) теңдемесин төмөнкү түргө алып келет:

$$tw(t) = \lambda\int_{+\infty}^{t} w(s)ds + \int_{+\infty}^{t} \bar{K}\left(t,s,w(s)\right)ds\,, \qquad (3.2.17)$$

мында $\bar{K}\left(t,s,0\right) = 0.$ (3.2.17) теңдемесинин жоголуучу чыгарылышын изилдөө [4] эмгегинде жүргүзүлгөн.

3-бап боюнча корутунду.

Бул бапта сызыктуу эмес Вольтерра интегралдык теӊдемелеринин регулярдык өзгөчө чекиттин айланасындагы чыгарылыштарынын аналитикалык жана асимптотикалык структурасы табылды.